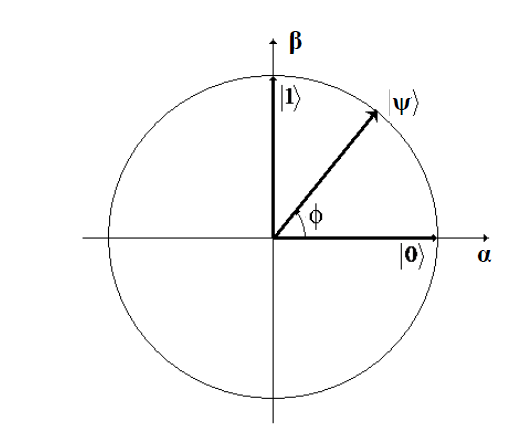
Квантовая информатика – новый раздел науки, посвященный использованию квантовых объектов для обработки и передачи информации. В настоящее время большие усилия прикладываются к разработке квантового компьютера. Создаются квантовые элементы, строятся квантовые алгоритмы и разрабатывается архитектура квантового компьютера. Другое перспективное направление квантовой информатики – квантовая криптография. Квантовые методы передачи гарантируют невозможность расшифровки сообщения.

**Кубит**

Кубитом называется квантовая система, которая может находиться в двух состояниях и . Примером такой системы может служить фотон с двумя возможными поляризациями или электрон с двумя возможными направлениями спина. В общем случае, состояние такой системы задается волновой функцией вида

где комплексные коэффициенты. При измерении состояния системы с волновой функцией, указанной выше, вероятность обнаружить ее в состоянии равна , а вероятность обнаружить ее в состоянии равна . Сумма этих вероятностей равна единице:

Кубит допускает геометрическое изображение. Рассмотрим случай вещественных коэффициентов . В этом случае удобно использовать тригонометрическое представление:

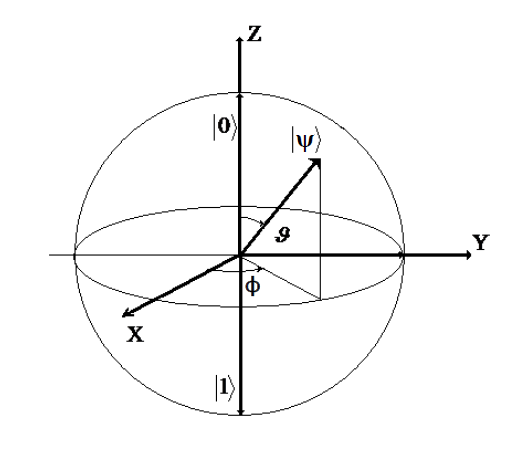
В таком случае условие на равенство сумм вероятностей единице выполняется автоматически, т.к. на плоскости данное условие задает единичную окружность с центром в начале координат. При получаем , а при получим .

В общем случае (комплексные коэффициенты ) коэффициенты могут быть представлены в следующем виде:

Тогда волновая функция принимает вид

или

Фазовый множитель во многих случаях оказывается несущественным и опускается. Тогда после замены кубит можно представить в виде

Таким образом, полученное представление кубита имеет два параметра – и . Будем интерпретировать их как углы сферической системы координат, где кубит фактически представляется вектором единичной длины в трехмерном пространстве. Такое геометрическое изображение кубита называется его представлением на сфере Блоха. При получается базисный, а при получаем (с точностью до фазового множителя ).

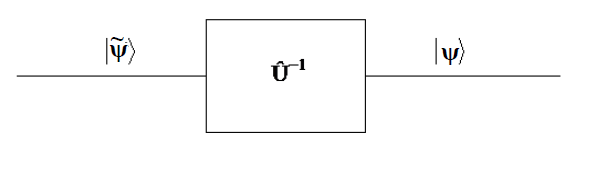
На сфере Блоха бесконечно много точек, соответственно, кубит может находиться в одном из бесконечного множества состояний. Казалось бы, используя один кубит, можно хранить бесконечно много информации, однако это не так. При измерении состояния кубита он может быть найден лишь в одном из двух возможных состояний - или . Соответственно, мы можем извлечь из кубита один бит информации.

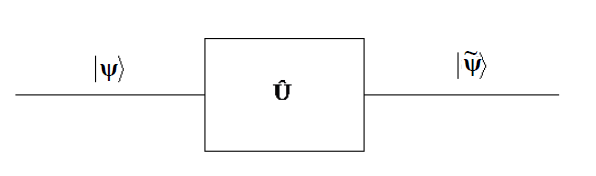
**Однокубитовые логические элементы**

Кубит представляет собой квантовую систему, состояние которой задается волновым вектором ; физическое воздействие на систему переводит ее в другое состояние

В квантовой механике любое воздействие на систему описывается линейным оператором , действующим на вектор состояния системы:

а линейность оператора вытаекает из линейности уравнения Шредингера. Отметим отдельно унитарность оператора , вытекающую из сравенения оператора с гамильтонианом , описывающим внешнее воздействие на кубит.

В дальнейшем воздействие на кубит (или систему кубитов) будем описывать как процесс вычисления. При этом вектор играет роль входного сигнала, оператор определяет вычислительный процесс, а вектор представляет собою результат вычисления.

Так как унитарный оператор всегда обратим

а является унитарным, то и квантовый вычислительный процесс является обратимым, существует обратный квантовый вычислительный процесс , осуществляющий обратное преобразование, что в общем случае невозможно для классических вычислительных процессов.

В дальнейшем будем использовать матричное представление операторов . Опишем соответствующие конструкции. Рассмотрим действие оператора на кубит. В силу линейности оператора

получаем, что действие оператора на кубит определяется его действием на базисные вектора и , образующим ортонормированный базис в двумерном гильбертовом пространстве. Это значит, что любой вектор пространства может быть разложен по базисным векторам. Запишем разложение векторов и по базису , :

Тогда коэффициенты разложения могут быть рассчитаны как

Объединяя все формулы, получаем

.

Таким образом, коэффициенты разложения вектора выражены через коэффициенты разложения исходного вектора в виде

Введем вектора, соответствующие начальному и конечному состояниям кубита, а так же матрицу :

тогда выражение, связывающее новые и старые компоненты векторов, можно записать в виде

или . Матрица называется матричным представлением оператора . Свойство унитарности оператора приводит к требованию унитарности его матрицы:

**Примеры однокубитовых элементов**

**Логический элемент NOT (X)**

Обозначим квантовый элемент NOT через . Определим действие этого оператора на базисные вектора. Он должен переводить в , а в :

Тем самым квантовый оператор NOT становится естественным обобщением классического оператора NOT. Используя линейность оператора , определим действие оператора на произвольный кубит:

Таким образом, оператор меняет местами коэффициенты при базисных векторах и . Найдем матричные элементы оператора и составим матрицу :

Подействуем этой матрицей на вектор входного кубита, тогда получим вектор выходного кубита в виде

Полученная матрица является унитарной, так как

Действие оператора на кубит для вещественных и легко интерпретировать геометрически. В вещественном случае с использованием тригонометрического представления получаем . Таким образом, оператор поворачивает единичный вектор, изображающий кубит на единичной окружности, отражая его от биссектрисы первого и третьего координатных углов.

**Логический элемент Z**

Определим действие оператор на базисные вектора. Потребуем, чтобы он не не изменял , а переводит в :

Используя линейность оператора , определим действие оператора на произвольный кубит:

Найдем матричные элементы оператора и составим матрицу :

Подействуем этой матрицей на вектор входного кубита, тогда получим вектор выходного кубита в виде

Полученная матрица является унитарной, так как

Для вещественных используем тригонометрическое представление , в результате чего получим , то есть оператор отражает единичый вектор на единичной окружности относительно оси абсцисс.

В общем случае, учитывая, что оператор менят знак при базисном векторе , получаем замену . На сфере Блоха это соответствует отражению от горизонтальной плоскости.

**Логический элемент Адамара (H)**

Элемент Адамара задается матрицей

Подействуем этой матрицей на вектор входного кубита. Тогда получаем вектор выходного кубита в виде:

Матрица является унитарной, так как

Из унитарности матрицы следует и унитарность оператора.

Логический